

Domácí úkol ze cvičení 9:

1. Vyšetřete konvergenci řady:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{n}} - 1)$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{n} \right)$;

(možná se hodí , že $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ (budete vědět z přednášky)).

2. Rozhodněte, zda platí následující tvrzení (a pak také dokažte, že platí), nebo opravte tak, aby tvrzení platilo:

a) Když řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots$ konverguje, pak konverguje také řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + \dots$,
kde $1 \leq k_1 < k_2 \dots$.

b) Když konverguje řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, konverguje i řada $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$.

c) Když konvergují řady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ a $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n)^2$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konverguje absolutně.

d) Když konvergují řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konverguje absolutně.